

# Filtri

---

- Per *reiettare* (cioè cancellare) il disturbo, possiamo elaborare il segnale tramite un filtro con caratteristiche di *selettività* rispetto alle varie componenti frequenziali che compongono il segnale.
- Un filtro è caratterizzato da una risposta in ampiezza e da una risposta in fase
- Ciò che determina le caratteristiche di selettività di un filtro è la sua risposta in ampiezza. Questa funzione stabilisce in che misura le diverse componenti sinusoidali che costituiscono il segnale vengono amplificate o attenuate

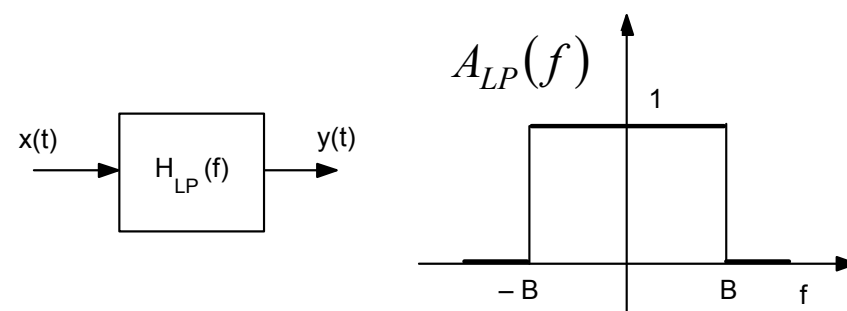
## • **Classificazione dei filtri *ideali***

Distinguiamo i seguenti tipi di filtro

1. Filtro passa-basso
2. Filtro passa alto
3. Filtro passa-banda
4. Filtro elimina-banda

# Filtri

---



Risposta in ampiezza di un *filtro passa basso ideale*

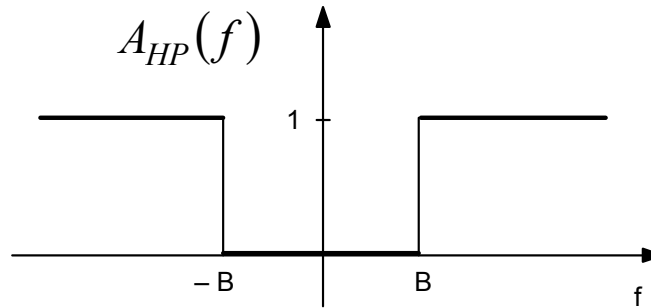
## Filtri

---

• Il sistema con risposta in frequenza come nella figura precedente viene chiamato *filtro passa basso ideale*. Esso infatti possiede caratteristiche di selettività nel senso che le componenti frequenziali all'interno di una certa *banda B*, cioè intervallo di frequenze, vicino alla frequenza nulla (quindi *basse* frequenze) vengono lasciate inalterate. In questa zona infatti, chiamata *banda passante* si ha  $A_{LP}(f) = 1$ . Viceversa, all'esterno della banda passante, e cioè nella cosiddetta *banda oscura*, le componenti frequenziali vengono *completamente cancellate* perché  $A_{LP}(f) = 0$ . La frequenza *B* rappresenta il cosiddetto *limite di banda*. Questa funzione di selettività giustifica il nome di "filtro" dato a questo sistema, nel senso che le componenti nello spettro del segnale aventi frequenza maggiore del limite di banda vengono "trattenute", mentre le altre componenti vengono "lasciate passare".

# Filtri

---

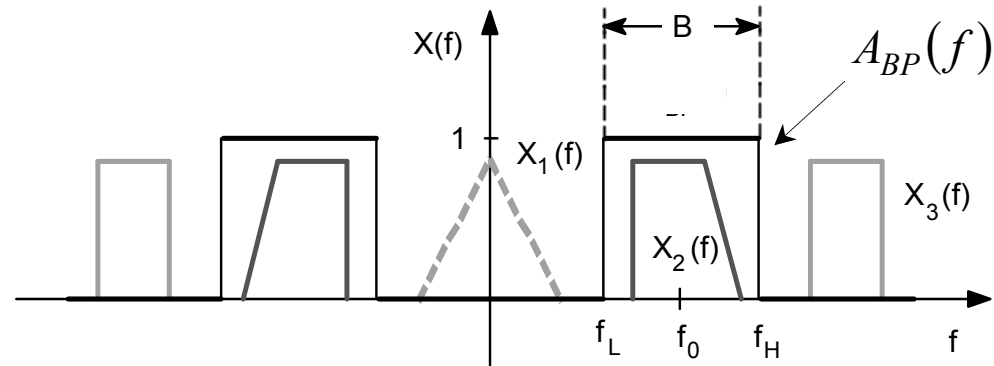


## Risposta in ampiezza di un filtro passa-alto ideale

Tale sistema, che permette l'eliminazione delle basse frequenze, viene chiamato *filtro passa alto ideale*. E' chiaro che stavolta la banda passante del filtro passa alto (in inglese: High-Pass) è quella che sta *al di là* del limite di banda  $B$ , nella quale le componenti frequenziali del segnale di ingresso non vengono alterate. Colloquialmente, diremo ancora (impropriamente) che la banda del filtro passa-alto è  $B$ , alludendo in realtà al *limite* di banda.

# Filtri

---



Risposta in ampiezza di un filtro passa-banda ideale e spettro delle componenti di segnale applicate al suo ingresso

$f_L$  = limite inferiore di banda

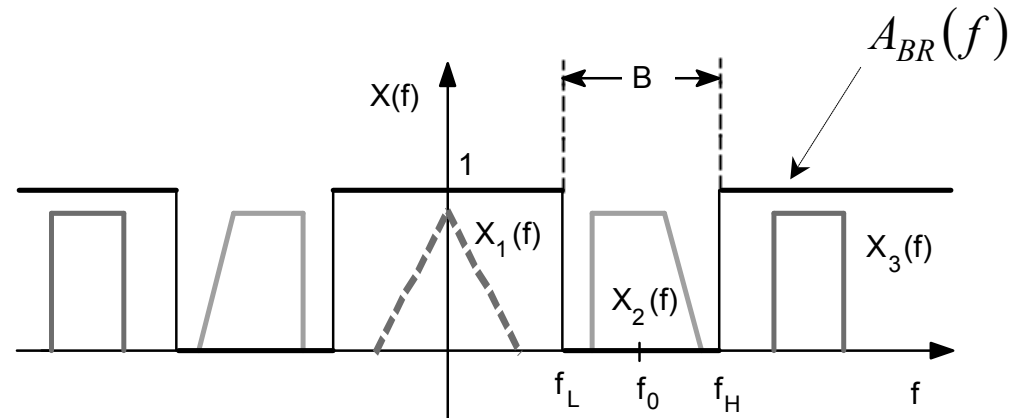
$f_H$  = limite superiore di banda

$f_0 = (f_L + f_H)/2$  frequenza centrale

$B = f_H - f_L$  ampiezza della  
banda passante

# Filtri

---



Risposta in ampiezza di un filtro elimina-banda ideale e spettro delle componenti di segnale applicate al suo ingresso

$f_L$  = limite inferiore della  
banda oscura

$f_H$  = limite superiore della  
banda oscura

$f_0 = (f_L + f_H)/2$  frequenza centrale       $B = f_H - f_L$  ampiezza della  
banda oscura

# Filtri

---

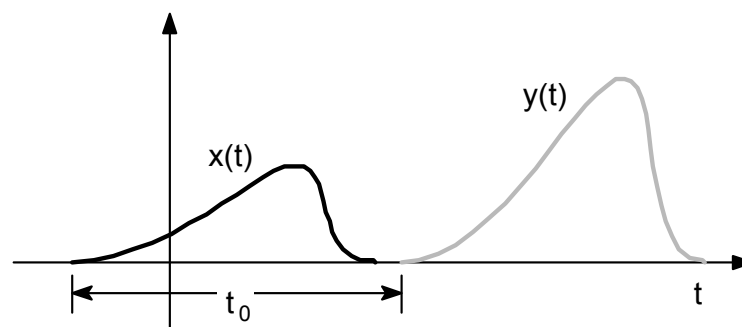
- **Distorsioni introdotte dai filtri**

Un *filtro* deve separare un segnale utile da altri segnali di disturbo. In questa operazione, si deve porre la massima attenzione a non alterare o, più precisamente, a non *distorcere* il segnale utile per preservarne intatto il contenuto informativo. Per trovare dei criteri che rispondono a questa esigenza, cominciamo con lo stabilire sotto quali condizioni il segnale di uscita  $y(t)$  da un generico filtro rappresenta una *replica fedele* del segnale di ingresso  $x(t)$ . La definizione di replica fedele è in generale dipendente dall'applicazione; in molti casi però è utile dire che il filtro *non introduce distorsioni* quando l'uscita del sistema è (vedi figura seguente)

$$y(t) = K x(t - t_0)$$

# Filtri

---



In assenza di distorsione le risposte in ampiezza e fase del filtro assumono la forma

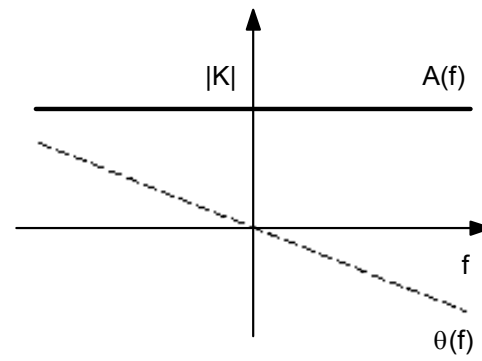
$$A(f) = |K|$$

$$\theta(f) = -2\pi f t_0$$



# Filtri

---



## Filtri

---

• Quindi, affinché un sistema non introduca distorsioni, esso deve possedere una *risposta in ampiezza costante* e una *risposta in fase proporzionale alla frequenza* come illustrato nella figura precedente. In altri termini, le componenti sinusoidali in cui un segnale arbitrario può pensarsi scomposto devono essere amplificate o attenuate tutte nella medesima misura, e devono essere ritardate ciascuna della medesima quantità (e quindi *sfasate* di un angolo proporzionale alla frequenza della componente stessa). Tuttavia è chiaro che ogni sistema reale ha dei limiti di banda intrinseci e non può garantire una risposta in frequenza con le suddette caratteristiche per tutti i valori della frequenza. Sulla base di questa considerazione, sembrerebbe irrealizzabile la condizione di non distorsione appena discussa. Inoltre, qualunque filtro sembrerebbe da questa discussione un sistema *distorcente* perché per definizione esso non possiede in particolare risposta in ampiezza costante.

## Filtri

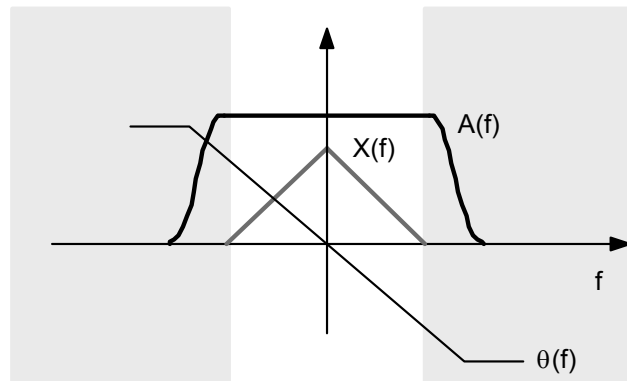
---

- In realtà, il segnale "utile" che non deve essere distorto sarà caratterizzato da una banda limitata; le condizioni di sopra possono allora essere verificate *soltanto per tutte le frequenze all'interno della banda del segnale  $x(t)$* . Ai fini della distorsione del segnale, non ha cioè rilevanza l'andamento delle risposte del sistema per frequenze in corrispondenza alle quali non esistono componenti nello spettro del segnale stesso. Se, ad esempio, lo spettro di ampiezza  $X(f)$  e le risposte in ampiezza e fase del sistema sono quelle rappresentate nella figura seguente, allora il segnale in uscita è *una replica indistorta* di quello in ingresso

Se non si riescono a garantire le condizioni di non-distorsione neanche nella sola banda del segnale, questo subisce *distorsioni lineari*. In particolare, se la risposta in ampiezza non è costante nella banda del segnale, si avranno *distorsioni di ampiezza*; viceversa, se la risposta in fase non è lineare nella banda del segnale, si hanno *distorsioni di fase*.

# Filtri

---

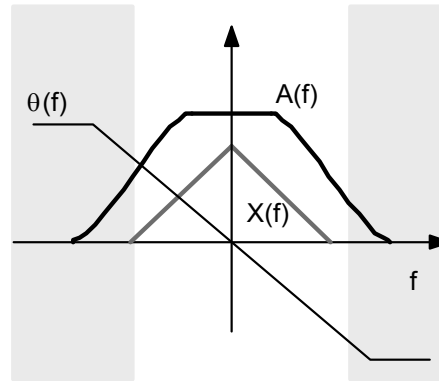


Il sistema non introduce distorsioni sul segnale  $x(t)$

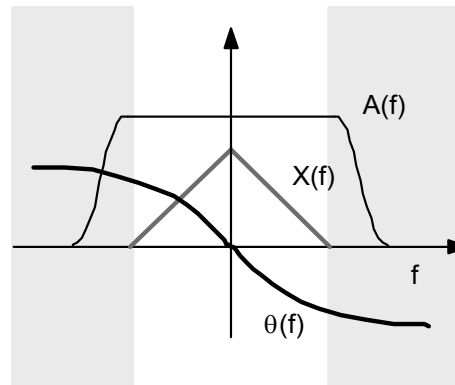
# Filtri

---

Distorsioni  
lineari



Il sistema introduce distorsioni di ampiezza sul segnale  $x(t)$



Il sistema introduce distorsioni di fase sul segnale  $x(t)$